求解无约束优化问题的类电磁机制算法

韩丽霞，王宇平
(西安电子科技大学计算机学院，陕西西安 710071)

摘 要：针对标准类电磁机制算法中电荷溢出和参数敏感的问题，提出了新的电荷计算公式；基于电磁场中的吸引-排斥原理，引导粒子沿着合力方向向较优的区域移动；为提高算法的局部搜索能力，结合邻域搜索技术来改进种群中的粒子．在此基础上，提出了求解无约束优化问题的类电磁机制算法．理论分析表明新算法以概率1收敛到问题的ε最优解集．对28个标准测试函数进行了仿真实验，并和已有算法对比，结果表明新算法具有收敛快、求解性能好的优点．

关键词：吸引-排斥；无约束优化；类电磁机制算法
中图分类号：TP301 **文献标识码**：A **文章编号**：0372-2112(2009)3-0664-05

Electromagnetism-Like Mechanism Algorithm for Unconstrained Optimization Problem

HAN Li-xia, WANG Yu-ping
(School of Computer Science and Technology, Xidian University, Xi'an, Shaanxi 710071, China)

Abstract: In order to avoid the overflow and parameter sensitivity in standard electromagnetism-like mechanism algorithm, a formula for particle charge is presented. Based on the attraction-repulsion principle in the electronic space, the particle is moved towards favorable region along the direction of total force exerted on it. The neighbor search is adopted to improve the particles in the population in order to enhance the local exploration ability. Based on these, a modified electromagnetism-like mechanism algorithm is proposed and its convergence to the vicinity of global optimum with probability one is proved. Simulation results on 28 benchmark problems demonstrate that the novel algorithm has the fast convergence and good performance in comparison with other existing algorithms.

Key words: attraction-repulsion; unconstrained optimization; electromagnetism-like mechanism (EM) algorithm

1 引言

无约束优化问题是一个具有广泛应用背景的问题，现实生活中的很多问题都可以归结为此类问题．传统的求解方法，通常是寻找一个可行、下降的方向，然后在此方向上进行一系列的数值迭代来求得问题的近似最优解．然而，这些算法对函数的要求较高，对不可微、非凸等复杂的无约束优化问题很难应用，且容易出现数值计算的病态问题．近几年来，应用启发式算法(如类电磁机制算法[1~6])求解无约束优化问题成为人们研究的热点．这类算法突出的特点是，对函数的性态没有要求，往往只需要利用目标函数值即可，几乎可用于求解所有的无约束优化问题，因此得到了广泛的应用．

类电磁机制[1,7](Electromagnetism-like Mechanism, EM)算法是受电磁场中带电粒子间吸引-排斥机制的启发，提出的一种新的全局优化算法(称为标准EM算法)．它从可行域中随机产生一组初始解(作为初始种群)，且把它们看成是带有一定电荷量的粒子．种群中的粒子在合力的作用下移动到新的位置，得到更新，如此一代代的循环，逐渐逼近问题的最优解．在标准EM算法中，粒子的电荷量与种群规模、问题维数有关，在求解复杂无约束优化问题时，粒子的电荷量计算容易出现溢出、参数敏感的问题．基于此考虑，提出了粒子电荷量和受力的新的计算公式；按照"好解吸引差解，差解排斥好解"的优化原理，引导粒子沿着合力方向向较优的区域移动到新的位置；为了提高算法的局部搜索能力，结合线性搜索为算法提供有效的局部信息．在此基础上，提出了求解无约束优化问题的EM算法．仿真结果表明，新的算法可以快速的获得高质量的解，是一种有潜力的启发式算法．

收稿日期：2008-01-24；修回日期：2008-10-02
基金项目：国家自然科学基金(No.60873099)

2　EM 算法简介

不失一般性地,考虑极小化的无约束优化问题:

$$\min_{x \in S} f(x) \tag{1}$$

其中 $S = \{x \in R^n \mid l_i \le x_i \le u_i, i = 1, 2, \cdots, n\} \subseteq \mathbf{R}^n$ 为问题的可行域. Birbil 和 Fang 于 2003 年提出的标准 EM 算法用于求解无约束优化问题(1),算法主要由 4 个基本的步骤组成,即初始化、局部搜索、计算合力以及移动粒子. 其伪码过程如下:

(1) Initialize

(2) While termination criteria are not satisfied do

(3) Local search

(4) Calculate the total force

(5) Move the particle to new position

(6) End while

EM 算法的突出特点是它把种群中的解 $x^i = (i = 1, 2, \cdots, N)$ 看成是带有一定电荷的粒子. 在标准 EM 算法中,粒子 x^i 电荷量的计算公式由下式确定:

$$q^i = \exp\left[-n \cdot \frac{f(x^i) - f(x^{\text{best}})}{\sum_{k=1}^{N}\left(f(x^k) - f(x^{\text{best}})\right)}\right] \tag{2}$$

对种群中任意的两个粒子 x^j 和 x^i,粒子 x^j 对粒子 x^i 的作用力根据库仑定律由式(3)确定:

$$F_j^i = \begin{cases} (x^j - x^i)\dfrac{q^i q^j}{\|x^j - x^i\|^2}, & f(x^j) < f(x^i) \\ (x^i - x^j)\dfrac{q^i q^j}{\|x^j - x^i\|^2}, & f(x^j) \ge f(x^i) \end{cases} \tag{3}$$

3　改进的 EM 算法

3.1　局部搜索

局部搜索算子旨在为 EM 算法提供有效的局部信息,提高算法在局部区域精细搜索的能力,加快算法的收敛速度. 对种群中粒子 $x = (x_1, x_2, \cdots, x_n)$ 的各分量按照随机步长进行一维搜索,用更好的粒子替换当前粒子. 对分量 x_i 的搜索过程如下:

(1) 均匀产生(0,1)之间的随机数 λ_1 和 λ_2,令 $y = x$;

(2) 若 $\lambda_1 < 0.5$,令 $y_i = x_i - \lambda_2(x_i - l_i)$;否则,令 $y_i = x_i + \lambda_2(u_i - x_i)$;

(3) 若 $f(y) \le f(x)$,更新 $x = y$.

依次对粒子的各分量进行上述的随机线性搜索共 L 次(L 为搜索次数),得到的个体 x 作为局部搜索的后代.

3.2　电荷量

标准 EM 算法作为一种新型的全局优化算法,对复杂(高维、多峰)的无约束优化问题(1),其求解效果还不甚满意. 从式(2)可以看出,粒子电荷量的大小与问题的维数 n、种群规模 N 有关. 对复杂的无约束优化问题,种群规模通常较大,则容易出现溢出的问题,即参数的敏感性. 为了避免这一问题,加,提出了粒子电荷量的新计算公式

$$Q_{ij} = q^i \cdot q^j = \frac{\|f(x^j) - f(x^i)\| + \gamma}{\|(x^i - x^j)\|} \tag{4}$$

其中 $\|x\| = \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^{\frac{1}{2}}$ 为向量 x 的 2-范数, $\gamma > 0$ 是充分小的正数(保证电荷量乘积永远大于 0). 由式(4)可以看出,两粒子的电荷量乘积 Q_{ij} 与两粒子的目标函数值之差 $\|f(x^j) - f(x^i)\| + \gamma$ 和欧式距离 $\|(x^i - x^j)\|$ 有关. 显然,函数值差距 $\|f(x^j) - f(x^i)\|$ 越大,距离越小,则 Q_{ij} 越大,这样做,有利于粒子向函数值下降较快的方向(较陡)快速移动.

3.3　计算合力

在标准 EM 算法中,任意两粒子之间的作用力的大小满足

$$\|F_j^i\| = \left\|(x^j - x^i)\frac{q^i \cdot q^j}{\|(x^j - x^i)\|^2}\right\| = \frac{q^i \cdot q^j}{\|(x^j - x^i)\|} \le \frac{1}{\|(x^j - x^i)\|} \tag{5}$$

从式(5)可以看出,作用力的大小依赖粒子的电荷量乘积和粒子之间的距离. 对复杂无约束优化问题,种群规模一般较大,则由式(2)确定的各粒子电荷量非常逼近,此时,粒子间作用力的强弱完全依赖粒子之间的距离,距离越大,则作用力越小,反之,则越大. 这样大大限制了 EM 算法求解复杂无约束优化问题的性能,设计了两粒子 x^i 和 x^j 之间新的作用力公式:

$$\begin{aligned} F_j^i &= \operatorname{sign}(f(x^j) - f(x^i)) \cdot (x^j - x^i)\, Q_{ij} \\ &= \operatorname{sign}(f(x^j) - f(x^i)) \cdot (x^j - x^i)\left(\frac{\|f(x^j) - f(x^i)\| + \gamma}{\|x^i - x^j\|}\right) \end{aligned} \tag{6}$$

其中 $\operatorname{sign}(\lambda) = \begin{cases} 1, & \lambda < 0 \\ -1, & \lambda \ge 0 \end{cases}$. 则作用力 F_j^i 的大小为

$$\begin{aligned} \|F_j^i\| &= \left\|\operatorname{sign}(f(x^j) - f(x^i)) \cdot (x^j - x^i) \cdot \left(\frac{\|f(x^j) - f(x^i)\| + \gamma}{\|x^i - x^j\|}\right)\right\| \\ &= \|f(x^j) - f(x^i)\| + \gamma \end{aligned} \tag{7}$$

由式(6)和(7)可以看出,当 $f(x^j) < f(x^i)$ 时,粒子间目标函数差距 $\|f(x^j) - f(x^i)\|$ 越大,则粒子 x^j 对粒子 x^i 的吸引力 F_j^i 越大,粒子 x^i 在该力的作用下,向粒子 x^j 的方向移动;当 $f(x^j) \ge f(x^i)$ 时,粒子间目标函数差距越大,则粒子 x^j 对粒子 x^i 的排斥力 F_j^i 越大,粒子 x^i 在该力的作用下,向背离粒子 x^j 的方向移动. 粒子永远以较强的作用力吸引或排斥与其目标函数差距较大的粒

子,有利于算法逼近最优解.

考虑到,当粒子所受的力忽略了某些可行域时,就容易发生早熟收敛的现象.为了避免这种现象,给当前种群中的粒子 x^p(粒子 x^p 是种群中距离目标函数值最小粒子最远的粒子)一定的扰动,使其有可能移动到被忽视的区域,增强算法的全局搜索能力.对粒子 x^p 受力进行如下的扰动

$$\begin{aligned} F_j^p &= \mathrm{sign}(\lambda_2 - 0.5)\cdot\lambda_1(x^p - x^j)Q_{pj} \\ &= \mathrm{sign}(\lambda_2 - 0.5)\cdot\lambda_1(x^p - x^j)\cdot\left(\frac{\|f(x^j) - f(x^p)\| + \gamma}{\|x^p - x^j\|}\right) \end{aligned} \tag{8}$$

其中 λ_1,λ_2 为(0,1)之间的随机数,λ_1 决定粒子 x^p 扰动的大小,λ_2 影响粒子 x^p 移动的方向.值得注意的是,对种群中目标函数值最小的粒子 x^{best},不再是绝对吸引的粒子,x^{best} 只以 0.5 的概率吸引粒子 x^p,有助于帮助算法跳出局部最优解.

对每个粒子 $x^i(i = 1 \sim N)$,将来自种群中其余 $(N-1)$ 个粒子对其的作用力进行叠加,就得到粒子 x^i 在种群中所受的合力为

$$F^i = \sum_{j=1}^{N} F_j^i \tag{9}$$

图 1 给出了粒子 x^1 所受合力的计算简图.粒子 x^2 对粒子 x^1 的作用力为排斥力 F_2^1,粒子 x^3 对粒子 x^1 的作用力为吸引力 F_3^1,这两个力叠加得到的合力 $F^1 = F_2^1 + F_3^1$,将确定粒子 x^1 移动的方向,这样促使粒子向较优的区域移动.

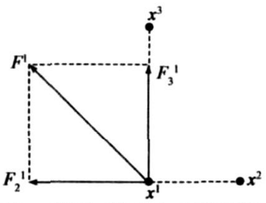

图1 粒子 x^1 所受合力的简图

3.4 移动粒子

为保证移动的可行性,作用在粒子上的作用力被"归一化",因此,种群中的各粒子 x^i 在作用力 F^i 的作用下,按移动式(7)移动到新的位置,这样,粒子的位置得到更新,完成了算法的一次迭代.

$$x^i = x^i + \lambda\frac{F_i}{\|F_i\|}\mathrm{V},\quad \forall i \tag{10}$$

其中 λ 为[0,1]的随机数,V 为一个向量,表示向上边界 u_k 或下边界 l_k 移动的可行步长.

3.5 改进的 EM 算法(Modified EM Algorithm:MEM)

(1)(初始化)随机从可行域 S 中产生 N 个解,组成初始种群 $X(0)$,令代数 $t = 0$;

(2)(判断终止条件)若满足终止条件,则算法停止;否则,转(3);

(3)(局部搜索)对当前种群的每个粒子进行随机线性局部搜索,更新种群;

(4)(计算作用力)对种群中的每个粒子 x^i,计算其所受的合力 F^i,移动粒子 x^i 到新的位置,更新种群,得到下一代种群 $X(t+1)$,令 $t = t+1$.

4 全局收敛

定义 1 对任意的 $\varepsilon > 0$(ε 为充分小的正数),满足 $\|f(x) - f(x^*)\| \le \varepsilon$ 的解 $x \in S$ 称为问题(1)的 ε 最优解($x^* \in S$ 为问题(1)的全局最优解),所有的 ε 最优解组成的集合 $B_\varepsilon^* = \{x \in S \mid \|f(x) - f(x^*)\| \le \varepsilon\}$ 称为 ε 最优解集.

定义 2 对任意的 $\varepsilon > 0$,如果都存在整数 $T(\varepsilon) \ge 0$,使得对任意的整数 $r > T(\varepsilon)$,都有 $\chi_{B_\varepsilon^*}(X(t)) \ne 0$,则称 EM 算法收敛于 ε 最优解集(其中 $\chi_{B_\varepsilon^*}(X(t))$ 为种群 $X(t)$ 中属于集合 B_ε^* 的粒子的数量).

假设:(a) $\mu(B_\varepsilon^*) > 0$,$\mu(B_\varepsilon^*)$ 表示 ε 最优解集合 B_ε^* 的 Lebesgue 测度;(b) 函数 $f: S \to R$ 是有界的可测函数;(c) 每代种群 $X(t)$ 中的粒子位置向量组成的矩阵是行满秩的,即:$\mathrm{rank}(\{x^1, x^2, \cdots, x^N\}) = n(N \ge n+1)$.

$\Omega_N = \{X: X = (x^1, x^2, \cdots, x^N)\}$ 记为状态空间,Birbil 和 Fang 在文[3]中证明了,在上述 3 个条件下,如果一个类电磁机制算法满足如下的两个条件:

(1) 若 $\chi_{B_\varepsilon^*}(X(t)) \ne 0$,则有 $P\{\chi_{B_\varepsilon^*}(X(t+1)) \ne 0\} = 1$(其中 $P\{\}$ 表示随机事件{}发生的概率);

(2) 若问题(1)的可行域 S 中的任意子集 A 中包含一个半径为 $r(r) > 0$ 的开球 B_r,则有 $\rho^*(A) > 0$(其中,$\rho^*(A) = \inf_{X \in \Omega_N}\{\rho(X, A)\}$,$X$ 为状态空间 Ω_N 的任意状态).

则该类电磁机制算法以概率 1 收敛到问题的 ε 最优解集.

引理 1 对 MEM 算法,若 $\chi_{B_\varepsilon^*}(X(t)) \ne 0$,则有 $P\{\chi_{B_\varepsilon^*}(X(t+1)) \ne 0\} = 1$ 成立.(证明略)

引理 2 对 MEM 算法,若问题(1)的可行域 S 中的任意子集 A 中包含一个半径为 $r(r) > 0$ 的开球 B_r,则必然有 $\rho^*(A) > 0$.(证明略)

定理 1 MEM 算法以概率 1 收敛到问题的 ε 最优解集 B_ε^*.

5 数值结果及分析

为验证算法的有效性,对 3 种不同难度的标准测试函数进行仿真实验(选自文献[1]).对每个测试函数在与文献[1]中参数相同的情况下,独立运行了 10 次,记录 10 次运行中求得的平均目标函数值(f_{ave})和最好目标函数值(f_{best}),并将结果与文献[1]中的 EM 算法、文献[2]中的 SA 算法相比较(注:"-"表示未知).表 1～3 分别给出 3 种算法对一般、较难、复杂问题的运行结果.

表 1　MEM、EM 和 SA 算法对一般函数的结果对照

函数名	已知最优解	SA f_{avg}	SA f_{best}	EM f_{avg}	EM f_{best}	MEM f_{avg}	MEM f_{best}
Complex	0.0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Davis	0.0	0.9189	0.1281	0.4088	0.1322	0.0000	0.0000
Griewank	0.0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Himmelblau	0.0	0.0124	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Kearfort	0.0	0.1598	0.0010	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Levy	0.0	-	-	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000
Rastrigin	- 2.0	- 1.9978	- 1.9999	- 2.0000	- 2.0000	- 2.0000	- 2.0000
Stenger	0.0	0.0006	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Step	0.0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Trid(5)	- 30.0	- 29.4906	- 29.7317	- 29.9979	- 29.9999	- 29.9986	- 29.9999

从表 1 可看出,对一般的无约束优化问题(1),MEM 算法和 EM 算法均能快速的找到问题的已知最优解,SA 算法的求解性能最差. 对函数 Davis,MEM 算法在 10 次运行中均找到了问题的已知最优解;对函数 Trid(5),MEM 算法找到的最好解 f_{best},更接近问题的最优解,表明 MEM 算法对一般无约束优化问题的有效性.

表 2 给出了 3 种算法对较难问题的运行结果. 在这 9 个算例中,Shekel 系列的 3 个函数最难求解,这类函数的特点是:最优解处在一个窄长的波谷中,波谷之外点的函数值急骤上升,随后又平缓的到达另外的波谷.

表 2　MEM、EM 和 SA 算法对较难函数的结果对照表

函数名	已知最优解	SA f_{avg}	SA f_{best}	EM f_{avg}	EM f_{best}	MEM f_{avg}	MEM f_{best}
Shekel[S5]	- 10.1532	- 5.4225	- 10.1378	- 9.3443	- 10.1532	- 10.1529	- 10.1532
Shekel[S7]	- 10.4029	- 5.4082	- 10.3883	- 10.4023	- 10.4028	- 10.4027	- 10.4028
Shekel[S10]	- 10.5364	- 5.5610	- 10.5052	- 10.5108	- 10.5108	- 10.5108	- 10.5108
Hartman[H3]	- 3.8628	- 3.8617	- 3.8626	- 3.8626	- 3.8627	- 3.8628	- 3.8628
Hartman[H6]	- 3.3224	- 3.2385	- 3.3037	- 3.3222	- 3.3223	- 3.3223	- 3.3224
Goldstein Price[GP]	3.0000	3.0059	3.0000	3.0001	3.0000	3.0001	3.0000
Branin[BR]	0.3979	0.3991	0.3979	0.3979	0.3979	0.3979	0.3979
Sxi Hump Camel[C6]	- 1.0316	- 1.0314	- 1.0316	- 1.0315	- 1.0316	- 1.0316	- 1.0316
Shuber[SHU]	- 186.7309	- 186.6701	- 186.7297	- 186.7207	- 186.7279	- 186.7307	- 186.7309

表 3　MEM、EM 和 SA 算法对复杂函数的结果对照表

函数名	已知最优解	SA f_{avg}	SA f_{best}	EM f_{avg}	EM f_{best}	MEM f_{avg}	MEM f_{best}
Epistacity(4)	0.0	0.0517	0.0193	0.0003	0.0001	0.0000	0.0000
Epistacity(5)	0.0	0.0831	0.0532	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000
Sin Envelope	0.0	0.0137	0.0097	0.0116	0.0001	0.0000	0.0000
Spiky	- 38.85	- 38.8091	- 38.8500	- 38.8004	- 38.8492	- 38.8501	- 38.8503
Trid(20)	- 1520.0	-	-	- 1519.6117	- 1519.9768	- 1520.0	- 1520.0
Per(4,0.005)	0.0	-	-	0.2541	0.0033	0.0460	0.0011
Per0(10,100)	0.0	-	-	0.9438	0.0133	0.1074	0.0000
Powersum(8)	0.0	-	-	0.0001	0.0000	0.0001	0.0000
Powersum(64)	0.0	-	-	0.0002	0.0001	0.0000	0.0000

从表 2 可以明显的看出,MEM 算法和 EM 算法的求解性能明显的优于 SA 算法. 对 Shekel 系列的问题,SA 算法很快就陷入了局部最优解,无法跳出,而 MEM 算法和 EM 算法在 10 运行中都可以很快的逼近问题的全局最优解,充分体现了 EM 算法全局搜索的能力. 对 9 个函数,MEM 算法的求解性能最好,其次是 EM 算法,

最差的是 SA 算法. 相较于 EM 算法和 SA 算法,MEM 算法的稳定性也是最好的.

表 3 总结了 3 种算法对复杂全局优化问题的运行结果. 值得一提的是,这些函数都是用来验证算法有效性常用的函数,具有多峰、高维甚至病态的特点,对它们求解是极其困难的.

从表 3 可以看成,MEM 算法对 9 个复杂函数均求得了比 EM 算法、SA 算法更好的解,且 MEM 算法的平均值也优于 SA 算法求得的最好解. 函数 Epistacity(5) 、Epistacity(5) 分别有 1024、3125 个局部极小值点,MEM 算法在 10 次运行中均找到了其全局极小值点 $x^* = (0,0,0,0,0)$;对多峰函数 Sin Envelope、Trid, EM 算法在运行中都找到了优于 EM 算法的已知的最优解;对函数 Spikey, MEM 算法求得了比已知最优解更好的解 -38.8502;对 Per(4,0.005)、Per0(10,100)、Powersum(8), MEM 算法的求解性能都明显优于 EM 算法;对高维函数 Powersum(64),MEM 算法也找到了其全局最优解,求得的平均值距离最优解的差距为 10^{-4}. 由此可见,MEM 算法的求解性能明显优于 EM 算法和 SA 算法,平均值与最好目标函数值及其接近,显示出良好的稳定性和求解精度,是一种有效的全局优化算法.

6 结论

提出了一种改进的类电磁机制算法求解无约束优化问题. 设计了新的电荷计算公式,粒子的电荷不再单独确定,两个粒子电荷的乘积与两粒子的目标函数值之差、欧式距离有关;结合局部线性搜索来改进种群中粒子的质量. 对 28 个标准测试函数的仿真结果表明新算法是有效的.

参考文献:

[1] Birbil S I, Fang S C. An electromagnetism-like mechanism for global optimization[J]. Journal of Global Optimization, 2003, 25(3):263 - 282.

[2] Birbil S I. Stochastic Global Optimization Techniques[D]. North Carolina: Department of Industrial Engineering, North Carolina State University, 2002.

[3] Birbil S I., Fang S. C., Sheu R. L. On the convergence of a population-based global optimization algorithm[J]. Journal of Global Optimization, 2004, 30(2):301 - 318.

[4] Kaelo P, Ali M M. Differential evolution algorithms using hybrid mutation[J]. Computation Optimum Application, 2007, 37(2):231 - 246.

[5] 王晓娟,高亮,陈亚洲. 类电磁机制算法及其应用[J]. 计算机应用研究,2006,26(3):67 - 70.
Wang X J, Gao L., Chen Y. Z. Electromagnetism-like mechanism with its application[J]. Application Research of Computers, 2007, 37(2):231 - 246. (in Chinese)

[6] 高亮,王晓娟,等. 一种改进的类电磁机制算法[J]. 华中科技大学学报(自然科学版),2006,34(11):4 - 6.
Gao L, Wang X J, et al. A modified algorithm for electromagnetism-like mechanism[J]. Journal of Huazhong University of Science & Technology (Nature Science Edition), 2006, 34(11):4 - 6. (in Chinese)

作者简介:

韩丽霞 女,1980 年 2 月出生于山东省威海市. 现为西安电子科技大学博士研究生,从事智能优化方面的研究工作.
E-mail:lxhan2006@yahoo.com.cn

王宇平 男,1961 年 7 月出生于陕西省西安市. 现为西安电子科技大学计算机学院教授、博士生导师,从事进化计算、数据挖掘、计算智能方面的研究. 在 IEEE Transactions on Evolutionary Computation、IEEE Transactions on SMC-A、IEEE Transaction on SMC-C、Engineering Optimization、《电子学报》、《计算机学报》等国内外著名杂志,以及著名国际会议上发表论文 110 余篇.
E-mail:ywang@xidian.edu.cn